

Leçon 159 : Formes linéaires et dualité en dimension finie. Exemples et applications.

Matei Lefebvre

2025/2026

1 Formes linéaires, dualité.

1.1 L'espace dual.

[Rom21], XIV.1 et [Gri90], III.9

1.2 Lien avec les sous-espaces de E .

[Rom21], XIV.2-4 et [Gri90], III.9-10

1.3 Transposition.

[Rom21], XIV.5

2 Applications.

2.1 Prolongement des formes linéaires, séparation de convexes.

[Bre20], I, [Tau05], IV.6-7 et [Bre20], II.I.1

D1

Théorème. Soit B la boule unité fermée pour la norme subordonnée à la norme euclidienne $\|\cdot\|_2$ sur $\mathbb{R}^n$. Alors, $B = \text{conv}(\mathcal{O}_n(\mathbb{R}))$.

[QZ20], VI.2.4, [BMP05], III.1.2 et [IP19], 26.

2.2 En analyse fonctionnelle.

[Che82], III.4-5, [GT96], II.IV.12 et [Dem16], II

D2

Théorème. Soit F un sev de $\mathcal{C}([a; b])$ de dimension finie $n \in \mathbb{N}^*$. Alors, ASSE :

1. $\forall f \in \mathcal{C}([a; b]), \exists ! q \in F$ tq $\|f - q\|_\infty = d(f, F)$;
2. $\forall q \in F$, si q s'annule en n points distincts, alors $q = 0$.

[GT96], II.IV.12 et [Che82], III.5

2.3 En géométrie différentielle.

[Rou15], VII.2

Références

- [Che82] E.W. CHENEY. *Introduction to Approximation Theory*. CHELSEA, 1982. ISBN : 9780828403177.
- [Gri90] J. GRIFONE. *Algèbre linéaire*. CÉPADUÈS, 1990. ISBN : 9782383951346.
- [GT96] S. GONNORD et N. TOSEL. *Topologie et analyse fonctionnelle*. ELLIPSES, 1996. ISBN : 9782729896942.
- [BMP05] V. BECK, J. MALICK et G. PEYRÉ. *Objectif Agrégation*. H&K, 2005. ISBN : 9782914010924.
- [Tau05] P. TAUVEL. *Géométrie*. DUNOD, 2005. ISBN : 9782100494132.
- [Rou15] F. ROUVIÈRE. *Petit guide de calcul différentiel*. CASSINI, 2015. ISBN : 9782842251864.
- [Dem16] J.P. DEMAILLY. *Analyse numérique et équations différentielles - 4e édition*. EDP SCIENCES, 2016. ISBN : 9782759819263.
- [IP19] L. ISENMANN et T. PECATTE. *L'oral à l'agrégation de mathématiques - Une sélection de développements - 2e édition*. ELLIPSES, 2019. ISBN : 9782340088306.
- [Bre20] H. BREZIS. *Analyse fonctionnelle : Théorie et applications*. DUNOD, 2020. ISBN : 9782100820283.
- [QZ20] H. QUEFFÉLEC et C. ZUILY. *Analyse pour l'agrégation*. DUNOD, 2020. ISBN : 9782100811809.
- [Rom21] J.E. ROMBALDI. *Mathématiques pour l'agrégation - Algèbre et géométrie*. DEBOECK, 2021. ISBN : 9782807332201.