

Leçon 218 : Formules de Taylor. Exemples et applications.

I Résultats préliminaires

- Théorème de Rolle
- Théorème des accroissements finis
- Inégalité des accroissements finis généralisée

II Formules de Taylor pour les fonctions de la variable réelle

1. Formule de Taylor-Lagrange
 - Caractère global
 - Démonstration par Rolle
2. Formule de Taylor avec reste intégral
 - Caractère global
 - Démonstration par récurrence
 - Donne une expression du reste
3. Formule de Taylor-Young
 - Caractère local
 - Démonstration par récurrence + inégalité des accroissements finis généralisée

III Applications

1 Développements limités

- Existence de DL par Taylor-Young
- Lien entre existence de dérivées et existence de DL
- Exemples de DL usuels
- DL de la fonction caractéristique
- DEV 1 : Théorème central limite

2 Fonctions développables en série entière

- Critère de développabilité en série entière
- Utilisation de Taylor-Young ou Taylor-Lagrange pour avoir le DSE
- Exemple de fonction non DSE

3 Résolution approchée de $f(x) = 0$

- DEV 2 : Méthode de Newton
- Corollaire : Méthode de Héron pour l'approximation de racines n -ième

IV Formules de Taylor pour les fonctions vectorielles

1 Formules de Taylor à l'ordre 2

- Formule de Taylor-Lagrange (uniquement pour les fonctions à valeurs réelles)
- Formule de Taylor avec reste intégral
- Formule de Taylor-Young
- Les démonstrations se ramènent au cas de la dimension 1

2 Étude des points critiques

- Étude de la hessienne via Taylor-Young, s'applique aussi en dimension 1
- Exemples de calcul de minimums