

# Leçon 148 : Dimension d'un espace vectoriel (on se limitera au cas de la dimension finie). Rang. Exemples et applications.

## I Théorie de la dimension d'un espace vectoriel

- Notion de famille libre/génératrice, base
- Résultat d'existence d'une base, unicité de son cardinal
- Dimension d'un espace produit, d'une somme d'espaces, d'une somme directe, du quotient
- Dimension d'espace de matrices, du dual

## II Notions de rang

- Rang d'une application linéaire
- Théorème du rang et application à la bijectivité d'applications linéaires
- Rang d'une famille de vecteurs, d'une matrice
- Calcul via le déterminant

## III Utilisation de la dimension finie

- Preuves par récurrence sur la dimension : réduction, réduction simultanée, **Existence de base  $q$ -orthogonale (DEV 1)**, générateurs de  $\mathcal{O}(E)$  et  $\mathcal{SO}(E)$
- **DEV 1 suite : Classification des formes quadratiques réelles**
- $E \simeq E^{**}$  canoniquement

## IV Dimension en théorie des corps

- Définition, lien avec le cardinal pour les corps finis
- Formule de multiplicativité des degrés
- Dimension d'extensions, du corps de rupture
- **DEV 2 : Caractérisation des nombres algébriques + L'anneau des nombres algébriques est un corps**