

246 - Séries de Fourier. Exemples et applications.

➤ Références	[GOU-ANA] , [Amrani_suites] , [Amrani_Fourier] , [Hirsch-Lacombe]
📁 Section	Analyse
📅 Date	@2 octobre 2024
☰ Statut leçon	Plan détaillé ok
☰ Enseignant	Bachir Bekka
➤ Développements choisis	Formule sommatoire de Poisson + Shannon , Banach-Steinhaus et app série Fourier
🔍 Nb choisis	2
➤ Développements	Formule sommatoire de Poisson + Shannon

Rapport de Jury

- théo convergence, maîtriser diff types de CV, attention hypothèses
- propriétés des noyaux clairement explicités
- point de vue L2
- interpretation parseval en terme d'isométrie
- prop coeff Fourier imp mais pas prépondérante
- lien CV vers 0 et régularité, Riemmanne Lebesgue
- illustrer d'applications: calcul somme de série, résolution EDO ou EDP, inégalité Bernstein, Formule de poisson et app

Introduction

Les coefficients de Fourier sont très utiles notamment en physique pour exprimer un signal qu'avec une suite indexée sur Z . On calcule facilement à partir d'une fonction f ses coefficients de Fourier $c_n(f)$, inversement, on veut savoir sous quelles hypothèses, on peut retrouver la fonction f à partir de ses coefficients de Fourier. On va donc avec des théorèmes de convergence (Fejer, Dirichlet) utilisant les noyaux associés

Plans

▼ Plan

- I. Coefficients de Fourier:
 1. Définitions
 2. Propriétés de calculs
 2. Etude de la régularité des fonctions
- II. Convergence
 1. Noyaux et prop
 2. Théorème de convergence
 3. Cas L2
- III. Applications
 1. Calcul de sommes
 2. Résolution d'EDO
 3. Compréhension de la physique

▼ Plan détaillé

- ▼ I.1. Définitions
 - El Amrani Fourier
 - définitions des coeff et de la série de Fourier (convergente ou non) en même temps pour f dans L^1 2π à valeurs dans C
 - ex de base de calcul de coeff créneau ou truc du genre
 - définition des a_n et b_n + parité + lien c_n + un exemple $(1-x^2)/\pi^2$ [Gourdon]
 - fonction qui a f associe ses coeff est linéaire continue
- ▼ I.2. D'autres règles de calculs
 - prop de calculs
 - convolution
 - exemples (ex triangle ou autre)
- ▼ I.3. Etude de la régularité
 - lemme de Riemann Lebesgue, c_n petit o de 1 en l'infini
 - cas C^1 pm
 - Cas C^k
- ▼ II. 1. Noyaux et propriétés
 - Amrani Fourier
 - def noyau Féjer et Dirichlet

- prop (Kn approximation positive, int =1, Dn d'int 1, change signe, norme 1 diverge)
- ▼ II. 2. Théorème de convergence
 - théorème de Féjér + densité polynôme trigo + si coeff nuls, f nulle
 - corollaire Féjér pour fonction continue et serie CVS alors coïncide + remarque hypothèse importante pas gratuite + dev 1: Banach steinhaus et existence fct contiues pour lesquelles divergent
 - rq: il existe d'autres critère de CV: théorème de Dirichlet
- ▼ II. 3. Cas L2
 - L2 hilbert avec ps + (en) defintion
 - (en) bon + VRAIMENT CONSEQUENCE ?? à vérifier + csq si L2 alors serie converge + cas particulier C0 et C1pm alors série Fourier CV normalement + d'après corollaire Féjér série CV uniformément par rapport à t vers f
 - (en) base hilbertienne + app: f dans L2 alors serie CV dans L2 et sa somme vaut f dans L2 + csq: bessel parseval + phrase: application qui a f associe coeff est une isométrie + si f L2 et si série CVS alors coïncide avec f pp
- ▼ III. Applications
 - Exemples de calcul de sommes (Amrani, Gourdon)
 - Résolution d'EDO
 - Amrani
 - Physique:
 - Poisson + shannon

Version pour juin, suggestions:

1. Calculs de sommes [El Amrani, Gourdon]
2. Inégalité en analyse:
 - Wirtinger
 - isopérimétrique
3. Résolution d'EDO [Amrani Fourier]
4. Compréhension de la physique
 - phénomène de Gibbs
 - Formule de Poisson et Shannon