

127 - Exemples de nombres remarquables. Exemples d'anneaux de nombres remarquables. Applications

➤ Références	[Perrin], [GOU_AGP], [THNO], [Gozard]
⊖ Section	Algèbre
📅 Date	@22 janvier 2025
☰ Statut leçon	À faire
☰ Enseignant	Ludovic Marquis
➤ Développements choisis	<u>Entiers de Gauss et Théorèmes des deux carrés.</u> , <u>Polygones constructibles</u>
🔍 Nb choisis	2
➤ Développements	<u>Polygones constructibles</u> , <u>Entiers de Gauss et Théorèmes des deux carrés.</u>

Rapport de Jury

Introduction

- nombre premiers premiers nombres remarquables → permettent l'étude de tous les nombres
- nbr algébriques:
- anneaux: plein de contre exemples et résolution d'arithmétique

Plans

▼ Plan

- I. Nombres premiers
- II. Nombres algébriques et corps de nombres algébriques
 1. Nbr algébrique
 2. Corps des nombres algébriques
- III. Sous corps des nombres algébriques: nombres constructibles
 1. Racines de l'unité
 2. Généralités
 3. Problèmes grecs
 4. Polygones réguliers
- IV. Exemples d'anneaux du type $Z[w]$
 1. $Z[i]$
 2. $Z[\sqrt{5}]$
 3. $Z[1+i\sqrt{19}/2]$

▼ Plan détaillé

- ▼ I. Nombres premiers [RomAG]
 - infinité
 - dirichlet faible
 - indicatrice d'Euler
 - décomposition produit de facteurs premiers
 - ex racine de 2 non rationnel
 - Borel Cantelli
 - Fermat
 - nbr de Carmichael + test

(oral on retrouvera ses trucs après)

- ▼ II. 1. Nbr algébrique [Gozard?]
 - Définition générale ?
 - définition nbr algé et transcendant d'une extension
 - ssi $K[a]=K(a)$ ssi dim finie.. [Gozard]
 - donne base
 - Sur \mathbb{Q}
 - définition
 - e et π transcendant (admis)
 - Les nombres $\sqrt{2}$, i et $\sqrt[3]{2}$
 - $\sqrt{2}$ sont algébriques sur \mathbb{Q} de polynômes minimaux respectifs $X^2 - 2$, $X^2 + 1$ et $X^3 - 2$
 - a transcendant ssi racine de a transcendant
 - L'ensemble des nombres algébriques est dénombrable et il existe une infinité de nombres transcendants
- ▼ II.2. Corps des nbrs algébriques
 - \mathbb{Q} dénombrable
- ▼ III.1. Racines n-ième de l'unité [Gozard]
 - définition
 - polynômes minimaux sont les poly cyclotomiques
 - degré de l'extension $[\mathbb{Q}(w):\mathbb{Q}]=\phi(p)$
- ▼ III.2. Généralités [Gozard]
 - définition nbr constructible
 - théorème de Gauss Wantzel
 - coro: inclus dans algébrique donc dénombrables
- ▼ III.3. Problèmes grecs [Gozard]
 - Duplication cube
 - quadrature cercle
- ▼ III.4. Constructibilité des polygones réguliers [Gozard]
 - DEV
- ▼ IIV.
 - Cf Perrin