

190 Méthodes combinatoires, problèmes de dénombrement.

Cantet 1 & 2, Perrin, FGN alg 1

I / Méthodes et problèmes élémentaires

Bijection et ensembles finis

def d'injection, surjection, bijection

$\{1, m\}$ en bij avec $\{1, n\}$ ssi $m = n$.

Ensemble fini, def, def du cardinal

sg d'un gpe fini

Injection, surjection \rightarrow inégalité sur les cardinaux \rightarrow

Cardinaux de produit d'ensembles finis,

de réunion disjointe

de l'ensemble des applications, des parties, des p. à k-pts

Appl: $n = \sum_{d|n} \phi(d)$; Γ_n en bij avec $\{1, n\} \times \dots \times \{1, n\}$ ($n!$)

Principe de récurrence \rightarrow rappel \rightarrow + cardinal de $GL_n(\mathbb{F}_q)$.

puis formule du crible (Cantet 2), appl aux dérangements

Arrangements, permutations (Cantet 1), coefficients binomiaux

Principe des bergers: $\{E_i\}$ partition de E , $\forall i, |E_i| = n$

Alors $|E| = n$

Appl: Thm de Lagrange, sg finis de K^*

Principe des tiroirs: $|x - \frac{1}{q}| \leq \frac{1}{q}$ \rightarrow // partie fractionnaire: regarder $\{0\}, \{x\}, \dots, \{nx\}$.

• corps finis? nombre de carrés p-ads

tout elt s'écrit comme somme de 2 carrés.

II / Méthodes élaborées

Séries formelles, séries génératrices (FGN alg 1, Cantet 1)

Fibonacci, Catalan, Bell

Eq nombre sol Eq diophantienne

Actions de groupe

Eq aux classes \rightarrow thm de Cauchy

\hookrightarrow p-groupes \rightarrow Loi de réciprocité quad.

Thm de Sylow

Burnside \rightarrow colorations (Combes), sg finis de SO_3 (Combes, Mourdin)

Möbius \rightarrow polynômes irréductibles sur corps finis.