(181) Barycentres dans un espace affine réel de dimension finie, convexité. Applications.

Cadre : E espace affine réel de dimension n.

I/ Barycentres, premières propriétés

Définitions (Ladegaillerie) point pondéré, barycentre, équations barycentriques

Propriétés : stabilité par multiplication par un scalaire non nul
associativité du barycentre.

Applications : isobarycentre d'un triangle (médianes concourantes)
tétraèdre (médianes et bimédianes concourantes)

II/ Coordonnées barycentriques et enveloppe convexe

Barycentres et sous-espaces affines (Lad)
· sev engendré ⟺ barycentre
· Indépendance affine, base affine

Coordonnées Barycentriques : théorème d'ex et d'unicité à système proportionnel près. Lien avec l'aire des triangles MAB, MAC, MBC.
Équation barycentrique d'une droite.
Applications : thm de Menelaus et Ceva.

Enveloppe convexe : déf d'un convexe, ex dans $\mathbb{R}$
déf d'une enveloppe convexe
thm de Carathéodory → appl
Lien avec les fonctions convexes.
(Tauvel) → thm de Lucas, propriétés de conv → avec contre-ex.

thm de pt fixe ... → appl ... compact de $GL_n(\mathbb{R})$

III/ Séparation des convexes et points extrémaux

Topologie des convexes (Ramis, Warusfel, Moulin)
intérieur relatif, convexité de l'intérieur, de l'adhérence
principe "du segment"

Séparation des convexes, théorèmes de Hahn-Banach (Tauvel)
hyperplans d'appui, convexe compact = $\cap$ hyp d'appui

Points extrémaux (Tauvel)
déf et thm de Krein-Milman → appl : matrices bistochastiques (Rémi)

Théorème de Helly et applications (Tauvel ou RWM)

+ év. 1 partie sur les polyèdres convexes, thm fondamental (Tauvel)
structure des faces