

161 Isométries d'un espace affine euclidien de dimension finie. Applications en dimensions 2 et 3.

I / Groupe des isométries d'un espace affine euclidien

(Ranis) Déf d'une isométrie (tiso affine préservent les distances)

Prop: ce sont exactement les tiso affines dont la partie linéaire est une transf. orthogonale

Csq: elles forment un groupe, noté $Is(E)$.

• Isométries positives $Is^+(E)$ + suite exacte.

Ex: translations, rotations, symétries... par introduction

• Forme réduite

à a fixé, f s'écrit comme composée d'une t_z et d'une is. fixant a
Thm forme réduite (Audin, Ranis)

• Générateurs d'une isométrie: réflexions, retournements

29 (voir Ranis, au début) toute application $E \rightarrow E$ préservant la distance est une isométrie.

• Angles (Ranis)

• Angles orientés de vecteurs, angle d'une rotation

• Angles orientés de droites

appl: Thm de l'angle inscrit, cocyclicité de 4 points.

+ un elt de $Isom^+(E)$ est déterminé par l'image de n points

+ Action de $Is(E)$ sur les repères orth. simple et tr.
+ Action de $Is(E)$ sur les sous-esps affines de dim k.

dim 2

II / Isométries en dimension 2 et 3.

• Classification des isométries dans le plan

• Angles

• Isométries rectilignes (Audin)

→ l'angle de la composée ne dépend que des droites.

• Isométries affines → tableau

+ composée de rot. ts, de 2 rot (Audin, Lad)

• Classification des isométries dans l'espace

• Isométries vectorielles

• Isométries affines

↳ important pour définir les angles

III / Sous-groupes de $Is(E)$ conservant une partie

• Polygones réguliers (Ranis)

gpe diédral → gpe des isométries.

• Polyèdres réguliers de l'espace

↳ solides platoniciens

(Ales): sous-groupes finis de $SO_3(\mathbb{R})$

→ A_4

→ S_4

→ A_5

→ cycliques

→ diédraux.

taapl: table de caractères de S_4 .

← déf du gpe des isométries d'une partie.
← déf générale des polyèdres réguliers