264 : Variables aléatoires discrètes. Exemples et applications.

Cadre : $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ un espace probabilisé, $(E, \mathcal{E})$ un espace probabilisable.

I) Généralités

A) Définitions, caractérisations

Définition d'une variable aléatoire discrète. Exemple. Caractérisation des lois discrètes.

B) Lois discrètes usuelles

Loi de : Bernoulli, Binomiale, Uniforme, Géométrique, Poisson.

Application à des faits réels :

- Pièce $\to \mathcal{B}\left(\frac{1}{2}\right)$
- Plusieurs pièces indépendamment $\to \mathcal{B}\left(n, \frac{1}{2}\right)$.
- Dé à 6 faces $\to \mathcal{U}([1,6])$.
- Nb moyen de personnes passées au guichet $\to \mathcal{P}(\ell N)$.

C) Calcul de moments

Théorème de transfert pour les variables aléatoires discrètes, définition de l'espérance, exemples. Propriétés de l'espérance, définition de la variance.

II) Loi d'un n-uplet, indépendance

Définitions de la loi d'un n-uplet, loi marginale, loi conjointe, indépendance.

DEV 1 : WEIERSTRASS.

Application de l'indépendance pour retrouver la loi marginale à partir des lois conjointes.

DEV 2 : HOEFFDING + APPLICATION.

III) Théorèmes limites

Loi forte des grand nombres, application. Convergence en loi dans le cadre des v.a. discrètes. Théorème central limite, MOIVRE-LAPLACE.

IV) Chaînes de Markov

Définition, exemples, matrices stochastiques. Opérateur de translation, MARKOV forte, exemples.

Références :

- GARET-KURTZMANN
- OUVRARD 1
- BARBE-LEDOUX