

243 : Séries entières, propriétés de la somme. Exemples et applications.

I) Généralités

A) Définitions

Définition, lemme d'ABEL, rayon de convergence. Exemples

B) Calcul pratique du rayon de convergence

Règles classiques de calcul, exemples.

C) Comparaison des rayons de convergence

Comparaison O , o , équivalents, exemples.

II) Propriétés des séries entières

A) Somme et produit des séries entières

Somme de séries entières et son rayon de convergence. Produit de CAUCHY, exemples.

B) Continuité, dérivabilité

Continuité, caractère C^∞ , exemples, séries de TAYLOR, application à l'unicité du D.S.E..

C) Développement en série entière

Définition, développement en série de TAYLOR, contre-exemple. Condition suffisante pour une fonction C^∞ d'être D.S.E.. DEV 1 : NOMBRE DE BELL.

D) Convergence sur le cercle

Théorème d'ABEL, application. DEV 2 : TAUBÉRIEN FORT. Application.

III) Applications

A) L'exponentielle complexe

Définitions de l'exponentielle, sinus et cosinus complexes. L'homomorphisme continu surjectif $z \mapsto e^z$.

B) Équations différentielles

Solution d'une équation différentielle, exemples.

C) Dérangements de n

Définition d'un dérangement, propriétés, nombre de dérangements.

ANNEXES : Illustration de la convergence sur le cercle, fonctions trigonométriques complexes.

Références :

- GOURDON
- AMRANI
- ROMBALDI