

## 243 : Séries entières, propriétés de la somme. Exemples et applications.

### I) Généralités

#### A) Définitions

Définition, lemme d'ABEL, rayon de convergence. Exemples

#### B) Calcul pratique du rayon de convergence

Règles classiques de calcul, exemples.

#### C) Comparaison des rayons de convergence

Comparaison  $O$ ,  $o$ , équivalents, exemples.

### II) Propriétés des séries entières

#### A) Somme et produit des séries entières

Somme de séries entières et son rayon de convergence. Produit de CAUCHY, exemples.

#### B) Continuité, dérivabilité

Continuité, caractère  $C^\infty$ , exemples, séries de TAYLOR, application à l'unicité du D.S.E..

#### C) Développement en série entière

Définition, développement en série de TAYLOR, contre-exemple. Condition suffisante pour une fonction  $C^\infty$  d'être D.S.E.. **DEV 1** : NOMBRE DE BELL.

#### D) Convergence sur le cercle

Théorème d'ABEL, application. **DEV 2** : TAUBÉRIEN FORT. Application.

### III) Applications

#### A) L'exponentielle complexe

Définitions de l'exponentielle, sinus et cosinus complexes. L'homomorphisme continu surjectif  $z \mapsto e^z$ .

#### B) Équations différentielles

Solution d'une équation différentielle, exemples.

#### C) Dérangements de $n$

Définition d'un dérangement, propriétés, nombre de dérangements.

ANNEXES : Illustration de la convergence sur le cercle, fonctions trigonométriques complexes.

Références :

- GOURDON
- AMRANI
- ROMBALDI