

## 239 : Fonctions définies par une intégrale dépendant d'un paramètre. Exemples et applications.

### I) Généralités

#### A) Régularité

Continuité et dérivabilité d'une intégrale dépendant d'un paramètre, exemple. **DEV 1** : INTÉGRALE DE DIRICHLET. Holomorphie d'une intégrale dépendant d'un paramètre, application à  $\Gamma$ .

#### B) Équivalent d'intégrale

Théorème des différents équivalents, applications.

### II) L'algèbre de BANACH $L^1(\mathbb{R}^d)$ .

#### A) Définitions, propriétés

Translaté de  $f$ , produit de convolution, propriétés, théorème justifiant la définition d'algèbre de BANACH.

#### B) Approximation de l'unité

Définition, exemples. Théorèmes de convergence. Densité dans  $L^p(\mathbb{R}^d)$ .

### III) Transformation de FOURIER et applications

#### A) Transformation de FOURIER dans $L^1$

Définitions lemme de RIEMANN-LEBESGUE, propriétés. **DEV 1** : INJECTIVITÉ DE LA TRANSFORMÉE DE FOURIER Application. Formule d'inversion. Dérivation de la transformée de FOURIER. Formule de PLANCHEREL-PARSEVAL, applications.

#### B) Transformée de FOURIER dans $L^2$

Définition de fonction à décroissance rapide, espace de SCHWARTZ. L'application  $\mathcal{F}$ . Densité de  $\mathcal{S}$  dans  $L^2$ .

#### C) Holomorphie

Théorème de PALEY-WIENER, application.

ANNEXES : Tableau récapitulatif des comparaisons des intégrales, fonction sinus cardinal, noyau de GAUSS, transformée de FOURIER dans les différents espaces, fonction à support compact.

#### Références :

- GARET-KURTZMANN
- GOURDON
- AMRANI
- ZUILLY