

235 : Problème d'interversion en analyse

Cadre : $(E, \|\cdot\|)$ un espace vectoriel normé, $X \subset E$.

I) Interversions de limites

- A) Convergence simple et uniforme d'une suite de fonctions
 Convergences simple et uniforme, exemples et contre-exemples. Critère de CAUCHY uniforme dans un BANACH.
- B) Continuité, dérivabilité
 Limite uniforme d'une suite de fonctions continues (resp. bornées) est continue (resp. bornée). Exemple. Théorèmes de dérivabilité d'une limite de suite de fonctions.
- C) Double limite
 Théorème de la double limite. Exemple et contre-exemple.

II) Interversion limite/intégrale

- A) Intégrale de RIEMANN
 Théorème d'interversion sur un segment, exemple. Convergence dominée, exemples.
- B) Intégrale de LEBESGUE
 Comparaison RIEMANN / LEBESGUE, théorème de BEPPO-LEVI, de convergence dominée. Contre-exemples sur les hypothèses, applications. Dérivabilité d'une intégrale à paramètres, exemple (Gamma).
 DEV 1 : INTÉGRALE DE DIRICHLET.

III) Interversion intégrale / intégrale

Théorèmes de FUBINI-TONELLI. Exemples et applications à l'interversion somme/intégrale.

IV) Application à la transformée de fourier

Définition, propriétés de la transformée de FOURIER. Exemples. Formule de dualité, noyau de GAUSS, Approximation de l'unité.
 DEV 2 : INJECTIVITÉ DE LA TRANSFORMÉE DE FOURIER.
 Applications.

Références :

- AMRANI
- GARET-KURTZMANN
- AMRANI