230 : Séries de nombres réels ou complexes. Comportement des restes ou des sommes

Cadre : $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{K} = \mathbb{C}$.

I) Généralités

A) Définitions, propriétés

Définition d'une série, convergence et divergence, exemples. Reste d'ordre n. Divergence grossière. Caractérisation de la convergence des séries télescopiques, exemple.

B) Critère de CAUCHY, absolue convergence

Définition de la convergence absolue, critère de CAUCHY, application à la série harmonique. Convergence absolue $\Rightarrow$ Convergence. Contre-exemple pour la réciproque.

II) Séries à termes positifs

Définition, caractérisation de la convergence par la convergence des sommes partielles. Règle de comparaison, d'équivalence, de domination, contre-exemples dans le cas de séries à termes non positifs. Comparaison série-intégrale. Développement asymptotique de la série harmonique. **DEV** 1 : INÉGALITÉ DE CARLEMAN.

III) Séries à termes quelconques

A) Règles d'absolue convergence

Règle de CAUCHY, règle de d'ALEMBERT, exemples.

DEV 2 : TAUBÉRIEN FORT.

B) Séries semi-convergentes

Définition, exemple, critère de LEIBNIZ, d'ABEL, applications à des calculs de restes.

Réarrangement de RIEMANN.

IV) Séries de fourier

Définitions, théorèmes de PARSEVAL et DIRICHLET, applications à des calculs de sommes.

Références :

- AMRANI
- FRANCINOU-GIANELLA-NICOLAS, Tome 1
- 131