

## 229 : Fonctions monotones. Fonctions convexes. Exemples et applications.

### I) Fonctions monotones

#### A) Généralités

Application croissante (resp. strictement décroissante) et décroissante (resp. strictement décroissante). Exemples. Fonction monotone. Comportement via le produit par un scalaire, via la composition et produit, réciproque d'une bijection.

#### B) Limite, continuité

Limite à gauche (resp. à droite) d'une fonction monotone. Exemple. T.V.I..

#### C) Dérivabilité

Fonction dérivable à droite (resp. à gauche). Liens avec la monotonie d'une fonction.

### II) Fonctions convexes

Fonction convexe, exemple. Caractérisations. Propriétés d'une fonction convexe.

### III) Applications

#### A) Inégalités de convexité

Inégalités de YOUNG, de HÖLDER et de MINKOWSKI. Espace  $\ell^p$  normé. DEV 1 : INÉGALITÉ DE CARLEMAN.

#### B) Les fonctions eulériennes

Fonction GAMMA, propriétés. Fonction BÊTA, liens entre les fonctions.

#### C) En probabilités

Inégalité de Hoeffding.

### IV) Convexité, optimisation

Partie convexe, caractérisation d'une fonction différentiable (à valeurs réelles) convexe. Exemple. Unicité d'un minimum d'une application strictement convexe sur un convexe. Méthode de NEWTON, application. DEV 2 : MÉTHODE DE GRADIENT À PAS OPTIMAL.

#### Références :

- RAMIS-DESCHAMPS-ODOUX
- GOURDON
- BECK-MALICK-PEYRÉ
- ROUVIÈRE