

226 : Suites vectorielles et réelles définies par une relation de récurrence. Exemples.

Applications à la résolution approchée d'équations.

Cadre : $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{K} = \mathbb{C}$.

I) Généralités

A) Définitions, propriétés

Définition, exemple. Convergence. Définition d'une suite récurrence d'ordre h . Cas d'un intervalle $I \subset \mathbb{R}$ stable par une application, $u_{n+1} = f(u_n)$. Exemple de $u_{n+1} = \sin(u_n)$.

B) Suites classiques

Suites arithmétique, géométrique, arithmético-géométrique, homographique, linéaire homogène.

C) Suites récurrentes vectorielles

Ramener à l'ordre 1 de la forme $u_{n+1} = Au_n$. Exemple d'une chaîne de MARKOV.

D) Équation caractéristique

Définition, proposition, exemples.

II) Point fixe et suite récurrente

Théorème de PICARD. Existence de la contraction nécessaire.

Théorème de BOLZANO-WEIERSTRASS. Théorèmes du point fixe. Point fixe attractif, superattractif et répulsif, exemples.

Itération du sinus. Itérée contractante.

III) Application à la résolution d'équations par des méthodes diverses

A) Méthode de NEWTON

DEV 2 : MÉTHODE DE NEWTON. Applications.

B) Méthode du gradient à pas optimal

Mise en place du problème. **DEV 2** : MÉTHODE DU GRADIENT À PAS OPTIMAL.

C) Méthode de la puissance

Objectif puis théorème, cas d'une matrice strictement positive.

ANNEXE : Méthode de NEWTON, sinus itéré, points attractif, répulsif.

Références :

- GOURDON
- ROUVIÈRE
- SERRE