

221 : Équations différentielles linéaires.
Systemes d'équations différentielles.
Exemples et applications.

Cadre : $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou \mathbb{C} .

I) Généralités

A) Définitions

Définition d'une équation différentielle d'ordre n dans \mathbb{K}^N , définition d'une solution. Exemple. Problème de CAUCHY. Équation différentielle linéaire, homogène. Formulation intégrale, exemple.

B) Ramener à l'ordre 1

Se ramener à l'ordre 1, exemple.

II) Structure des solutions

A) Solution globale, solution maximale

Définition, exemple et contre-exemple.

B) Le théorème de CAUCHY-LIPSCHITZ linéaire

Lemme de GRONWALL, point fixe d'un espace métrique complet. **DEV 1** : THÉORÈME DE CAUCHY-LIPSCHITZ LINÉAIRE. Application.

C) Structure de l'ensemble des solutions

Ensemble des solutions maximales et globales, l'espace vectoriel des solutions (globales) de $y' = A(t)y$, espace affine des solutions (maximales) de $y' = A(t)y + B(t)$. Exemples.

DEV 2 : FAMILLE LIBRE D'APPLICATIONS.

III) Matrices fondamentales et wronskien

Définition d'un système fondamental, de sa matrice et du wronskien associé. Exemple. Caractérisation de la matrice fondamentale. Exemples.

IV) Exponentielle matricielle

Définition, exemple. Lien avec la matrice fondamentale. Exemple. Cas où A est diagonalisable. Différentiabilité de l'exponentielle matricielle.

V) Variation de la constante

Formule de DUHAMEL, cas constant. Exemple.

VI) Stabilité des solutions

Stabilité à droite (resp. à gauche), attractivité à droite (resp. à gauche), solution asymptotique à droite (resp. à gauche), exemple. Caractérisation d'une solution stable dans le cas linéaire.

ANNEXES : Illustrations des trajectoires des solutions du système linéaire d'équations différentielles.

Référence :

- BERTHELIN