

## 219 : Extrema : existence, caractérisation, recherche. Exemples et applications.

Cadre :  $E$  un  $\mathbb{R}$  espace vectoriel normé de norme  $\|\cdot\|$ .

### I) Généralités

#### A) Définitions

Définition d'un minimum local (resp. maximum local et global (resp. maximum global)). Exemples et contre-exemples.

#### B) Existence d'extrema

Existence pour une application continue sur un compact. Application. Existence d'un point fixe sur un compact. Fonction convexe sur un intervalle est continue sur son intérieur. Exemples. Point minimisant d'un convexe. Cas du strictement convexe.

### II) Fonction d'une variable complexe

Formule de CAUCHY, fonctions harmoniques. Principe du maximum local puis global. Applications.

### III) Espace de hilbert

DEV 1 : PROJECTION + RIESZ-FRÉCHET. Application. Théorème de STAMPACCHIA, application au problème de DIRICHLET.

### IV) Calcul différentiel

#### A) Premier ordre

Définition d'un point critique, exemples. Théorème de ROLLE, application aux accroissements finis. Contre-exemple sur  $\mathbb{C}$ .

#### B) Second ordre

Condition suffisante pour l'existence d'un extremum local.

Cas  $n = 2$

### V) Optimisation

#### A) Méthode de NEWTON

Méthode de NEWTON, application, approximation des zéros d'un polynôme.

#### B) Méthode de descente

DEV 2 : GRADIENT À PAS OPTIMAL

#### C) Moindre carrés

Définition du problème. Théorème d'existence et exemples.

ANNEXES : Inversion locale, fonctions implicites, lemme de morse.

Références :

- GOURDON
- BECK-MALICK-PEYRÉ
- BREZIS
- ROUVIÈRE
- ALLAIRE-KABER