

## *215 : Applications différentiables définies sur un ouvert de $\mathbb{R}^n$ . Exemples et applications.*

### I) Généralités

#### A) Définitions

Définition de la différentielle d'une application. Propriétés et exemples. Vecteur gradient, pour les fonctions à valeurs réelles.

#### B) Propriétés

Stabilité par somme et produit par un scalaire. Composition des différentielles. Application. Dérivation selon un vecteur. Dérivée partielle. Exemples. Différentielle selon les dérivées partielles.

### II) Théorèmes fondamentaux

#### A) Accroissements finis

T.A.C.. Exemple et contre-exemple. Inégalité des accroissements finis.

#### B) Inversion locale

Définition d'un  $C^k$  difféomorphisme. **DEV 1 : THÉORÈME D'INVERSION LOCALE.** Application. Extension à l'inversion globale. Exemple et contre-exemple.

#### C) Fonctions implicites

T.F.I.. Exemples et applications.

### III) Différentielle seconde

Différentielle seconde, dérivée partielle d'ordre supérieur. Théorème de SCHWARZ. Extremum relatif, lien avec la différentielle

en un point. Condition suffisante pour l'existence d'un extremum. Matrice hessienne, cas  $n = 2$  Exemples. Théorèmes des extrema liés. Applications. **DEV 2 : LEMME DE MORSE.** Application.

ANNEXES : Inversion locale, fonctions implicites, lemme de morse.  
Références :

- GOURDON
- ROUVIÈRE