

# 190 : Méthodes combinatoires, problèmes de dénombrement

Cadre :  $A$  et  $D$  deux ensembles.

## I) Généralités

A) Principes de base du dénombrement

Principes d'indépendance, de partition, lemme des bergers, exemples.

B) Résultats classiques

Nombres d'applications, de permutations et d'injections de  $D$  dans  $A$ . Coefficient binomial, formule du crible.

## II) En analyse :

A) Probabilités sur un ensemble fini

Probabilité uniforme sur un ensemble fini, exemple.

B) Les séries pour dénombrer

Définitions des nombres de CATALAN et de BELL, nombre de CATALAN, formule du nombre de BELL.

## III) En algèbre :

A) Utilisations du groupe symétrique

Définitions d'une permutation et d'un dérangement, nombre de  $r$ -cycles, applications au nombre de dérangements, au nombre de permutations ayant un certain nombre de points fixes.

B) Actions de groupe

Définition, caractérisation via un morphisme de groupes, orbites, transitivité, fidélité, stabilisateur, exemples. Équation

aux classes. Formule de BURNSIDE. Application (classes de conjugaison de  $\mathcal{S}_n$ ). **DEV 1** : CARDINAL DE  $\mathcal{D}_n(\mathbb{F}_q)$ .

C) Sur les corps finis

Dénombrement des cardinaux de  $GL_n(\mathbb{F}_q)$  de  $SL_n(\mathbb{F}_q)$ , isomorphismes exceptionnels. Fonction d'EULER. Application à la cyclicité de  $(\mathbb{F}_q^*, \times)$  **DEV 2** : POLYNÔMES IRRÉDUCTIBLES SUR  $\mathbb{F}_q$ .

## Références :

- GARET-KURTZMANN
- OUVRARD - TOME 1
- FGA - TOME 1
- ROMBALDI
- PERRIN