

171 : Formes quadratiques réelles. Coniques.

Exemples et applications.

Cadre : E un \mathbb{R} -espace vectoriel.

I) Généralités

A) Définitions

Définitions : forme bilinéaire symétrique, exemple, l'ensemble $\mathcal{B}(E \times E, K)$. Forme quadratique, forme polaire associée.

B) Représentation matricielle

Définition, exemple, matrice de passage. Classe congruence dans $S_n(K)$.

II) Orthogonalité, isotropie

A) Cône isotrope, noyau de ϕ

Définition, exemple. Vecteurs orthogonaux, exemples. Propriétés de l'orthogonalité. Noyau de q . Exemple. Base q -orthogonale. Théorème d'existence d'une base q -orthogonale.

B) Algorithme de GAUSS

Mise sous somme de formes linéaires au carré. Théorème de GAUSS. Exemples. Range de q . Lien avec les matrices. Définitions de f.q. équivalentes. Théorème de SYLVESTER. Applications.

III) Applications

A) Racines d'un polynôme réel

Mise en contexte. DEV 1 : FORME DE HANKEL.

B) Différentielle seconde.

Théorème de SCHWARZ, matrice hessienne et formule de TAYLOR à l'ordre 2. DEV 2 : LEMME DE MORSE. Application.

C) Coniques

Définitions, exemple. Quadrique affine, forme quadratique homogénéisée. Intersection d'une quadrique et d'une droite. Classification euclidienne des coniques affines.

ANNEXE : Lemme de MORSE, conique.

Références :

- [SEGUINS-PAZZIS](#)
- [GOURDON](#)
- [GRIFONE](#)
- [CALDERO](#)