

160 : Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel euclidien.

Cadre : $(E, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ un espace euclidien, $\|\cdot\|$ la norme induite par $\langle \cdot, \cdot \rangle$.

I) Généralités

A) Résultats essentiels

Définition d'un orthogonal, propriétés, exemples. Dual de E . Base orthonormale. Existence d'une b.o.n.. Orthogonalisation de GRAM-SCHMIDT. Exemple. inégalité de CAUCHY-SCHWARZ, cas d'égalité.

B) Adjoint d'un endomorphisme

Existence d'un adjoint. Matrice relativement à une b.o.n.. Exemple. Propriétés de l'adjoint.

II) Exemples d'endomorphismes remarquables

A) Endomorphismes auto-adjoint et antiauto-adjoint

Définition, exemple. Théorème spectral. Application au matrice. Caractérisation d'un produit scalaire. Spectre d'un endomorphisme auto-adjoint.

B) Endomorphismes orthogonaux

Définition, exemple. Groupe $O(E)$. caractérisations des endomorphismes orthogonaux. Valeurs propres. Groupe $SO(E)$. Réduction des endomorphismes orthogonaux. Application. **Renversement et retournement orthogonaux.**
DEV 1 : ENGENDREMENT DE $SO(E)$ + APPLICATION.

C) Endomorphismes normaux

Définition, exemples, matrice relativement à une b.o.n..
DEV 2 : RÉDUCTION DES ENDOMORPHISMES NORMAUX.

III) Applications

A) Calculs de distances

Existence d'un projecteur orthogonal. Application projection. Exemple. Matrice de GRAM, application à la calcul de distance, exemple.

B) Méthode des moindres carrés

Définition du problème, théorème d'existence. Applications et exemples.

Références :

- GRIFFONE
- CALDERO
- ROMBALDI
- ALLAIRE-KABER