

157 : Endomorphismes trigonalisables, endomorphismes nilpotents

Cadre : \mathbb{K} un corps (\mathbb{R} ou \mathbb{C}), E un \mathbb{K} espace vectoriel de dimension finie.

I) Trigonalisation

A) Définitions, caractérisation

Définition, caractérisation des endomorphismes diagonalisables, exemple et contre-exemple. Endomorphisme induit. Spectre d'un endomorphisme.

B) Dualité, trigonalisation simultanée

Définition, propriétés, caractérisation des sous-espaces stables via la dualité. Stabilité des sous-espaces pour deux endomorphismes qui commutent. Application à la cotrigonalisation. Exemple.

II) Endomorphismes nilpotents

A) Le cône \mathcal{N}

Définition de \mathcal{N} , exemples. Nature de \mathcal{N} . Cas de la dimension 2. Commutativité des éléments nilpotents. L'espace $\text{Vect}(\mathcal{N})$.

B) Caractérisation des endomorphismes nilpotents

Indice de nilpotence, caractérisation des endomorphismes nilpotents

C) Application à la réduction d'endomorphismes

Lemme des noyaux. **DEV 1** : DÉCOMPOSITION DE DUNFORD. Endomorphisme semi-simple, DUNFORD généralisé.

III) Sous-espaces cycliques

Endomorphisme cyclique. Matrice compagnon. Invariants de similitude, réduction de FROBENIUS. Applications.

IV) Vers la réduction de JORDAN

Matrice de JORDAN. **DEV 2** : RÉDUCTION DE JORDAN. Exemples et applications.

ANNEXES : Cône \mathcal{N} , matrice de JORDAN.

Références :

- GOURDON
- BECK-MALICK-PEYRÉ
- ROMBALDI