

## 149 : Valeurs propres, vecteurs propres.

### Calculs exacts ou approchés d'éléments propres

#### Applications.

Cadre :  $K$  un corps,  $E$  un  $K$ -espace vectoriel de dimension  $n$ .

#### I) Généralités

A) Valeur propre, vecteur propre, espace propre

Définitions, exemples. Liens avec les matrices, exemples de spectre. DEV 1 : SUITE DE POLYGONES.

B) Polynôme caractéristique, polynôme minimal

Définition, propriétés, exemples. Indépendance de la base. Caractérisation des valeurs propres. Définition du polynôme minimal, caractérisation des valeurs propres. Exemples. Application à la réduction d'endomorphismes. DEV 2 : DÉCOMPOSITION DE DUNFORD.

#### II) Norme matricielle, rayon spectral

A) Définitions, propriétés

Norme induite, exemples classiques. Définition du rayon spectral, exemple. Cas particulier de la norme induite à la norme euclidienne, exemple.

B) Théorèmes de HOUSEHOLDER et de GELFAND

Théorèmes d'HOUSEHOLDER et de GELFAND. Application à la série de terme général d'une matrice, contre-exemple pour une norme non-induite.

#### III) Matrice positive

A) Définitions, propriétés

Définition, propriétés, exemples.

B) Le théorème de PERRON-FROBENIUS

Théorème de PERRON-FROBENIUS. Exemple. Théorème de GERSCHÖRIN-HADAMARD, application et exemple.

#### IV) Calcul approché de valeurs propres

A) Méthode de la puissance

Objectif, théorème, application à une matrice strictement positive, contre-exemple.

B) Méthode  $QR$

Objectif, décomposition  $QR$ , construction de la méthode, théorèmes de convergence.

#### Références :

- GOURDON
- ROMBALDI
- SERRE