

(125) Extensions de corps. Exemples et applications.

I/ Généralités

- Définitions et premiers résultats (Gozant)
 déf d'une extension, exemple
 structure d'espace vectoriel, définition du degré
 théorème de la base télescopique, multiplicativité du degré
- Sous-extensions d'une extension (Gozant)
 tour d'extension
 définition de $K(\alpha)$, extension typofini, extension monoalg
 extension de degré premier.
- Caractéristique et sous-corps premiers (Perrin)
- Invariance du rang, du pgcd, ... (?)

II/ Extensions de corps et polynômes

- Éléments algébriques (Perrin)
 déf (transcendant, alg), polynôme minimal
 exemples
 Extension finie est algébrique \leftarrow à définir \rightarrow degré de l'extension
 • L'ensemble des élts algébriques forme un corps.
- Inclusivité de l'algèbre (Gozant)
- Polynômes irréductibles et extensions de corps
 • P irréductible sur $K \Rightarrow K[X]/(P)$ extension de K de degré $\deg P$
 • Möbius puis Hur existence corps fini.
- Corps de rupture de décomposition (Gozant)
 appl: (Perrin) pol irréductible si pas de racine dans une ext de degré $\frac{n}{2}$
 action de conjugaison de l'irréductibilité par extension
- Clôture algébrique (Goz)
 déf alg clos, alg clos \Rightarrow infini f appli: d'Alembert-Gauss.
 • Clôture alg de \mathbb{C} , thm de Steinitz, $H_{\text{alg}}(K) \subseteq L(K)$.

III/ Applications

- Séparabilité
- Corps fins, poly cyclotomiques, racines de l'unité
- Nombres constructibles à la règle et au compas