[159] formes lin - dualité

I) Formes linéaires et espace dual :

A) L'espace E^* - base duale :

• [ROM] p. 441 - 445
→ déf f.l. + E^* + rem, ex : e_i^* + autre exs
→ Thm : e_i^* base de E^* = base duale + ex
→ Thm : existence base antéduale
→ Déf bidual et isom. canonique $E^{**} \simeq E$.

B) Hyperplans et ss-ev de E de dim finie

• [ROM] p. 445 - 446 + 451
→ déf + prop : 2 f.l. définissent le m H ⟺ elles sont liées
→ Thm : H supplém. à une droite
→ Rem : réécriture d'un hyperp. avec une éq.
→ Thm : dim H = n-1 ↳ syst éq. représ. une ∩ d'hyp.
(*) → Thm 14.9 : (genre $F = \cap \operatorname{Ker} \varphi_i$, mais mettre H_i à la place de $\operatorname{Ker}(\varphi_i)$)
↳ en encadrer une partie

+ mettre rem : op. élém sur lignes/col permet de dét. le rang des f.lin de la dim de l'ev

Appli : gén. de O(E)/SO(E) Dév 1

(*) parler des réflexions / retournemt si E euclidien... ? (déf ?)

II) Orthogonalité et transposition :

A) Orthogonalité

à quoi ça sert # ex ?

• [ROM] p. 446 - 450
+
• [GRI] p. 87 - 89 ← pour prop. 3.38 + exemple calcul F°
→ déf $X^\perp$, Y° + rem ssev de ...
Prop : $A \subset B$, $B^\perp \subset A^\perp$ / +.° $A \subseteq (A^\perp)^\circ$ ...
→ GRI
→ dim F + dim $F^\perp$ = dim E ... etc

puis ex GRI

B) Transposition :

[ROM] [ROM] p. 452 - 454
(+[GRI]) + appli GRI : $rg(A) = rg({}^tA)$ (c'est + une rem.)
[GOU] + Thm : formule de changemt de base duale [GOU] p. 131
avec un ex ? ← exo [GOU]

[ROM] • Rem : Si E euclidien le thm de Riesz nous donne un isom. entre E et E^*. Alors les orthogonaux se correspondent + résultat sur les matrices $Mat_{B^*}({}^tu) = {}^tM = Mat_B(u^*)$ ...
adjoint ⟺ transposée ... ?

$\varphi : E \to E^*$ isom. (Riesz)
$a \mapsto \langle a, \cdot \rangle$
${}^tu = \varphi \circ u^* \circ \varphi^{-1}$! FOU

III) Applications :

A) Sous-espaces stables - réd : E de dim finie

[ROM] [GOU] Thm : F u-stable ⟺ $F^\perp$ est ${}^tu$-stable
Appli : Utile pour trouver tous les ss-espaces stable d'un endom/d'une matrice dans certains cas :
Méthode : n=3, $u \in \mathcal{L}(E)$, B base de E, $M = Mat_B(u)$. Les ssev stable par u sont de dim 0, 1, 2 ou 3. * 0 → {0}
* 1 → espaces propres
* 3 → E
Pour trouver ceux de dim 2, il suffit de trouver les ss-espaces prop de ${}^tu$ / ${}^tM$ et prendre leur $^\perp$

[PER] ou [FRA AL] ♥ penser à l'exo d'Armand

[ROM] + [GRI] [GOU] Appli : Thm de trigonalisat°
+ [rajouter Jordan]

B) Calcul diff.

comme d'hab
Rem : df(a) f.l.
. Thm : Lemme avant extrema liés
Appli : Extrema liés
+2 appli → # Had [ROU]
→ réd endom. sym. [BEC]

Réf :
• [ROM] - [PER] · [GRI]
· [GOU]
([FRA AL] + [ROU]/[BEC] [AVEZ]) pour dév.