

Leçon 160- Endomorphismes remarquables d'un espace eucliden.

*I. Des endomorphismes remarquables.*

*1. Les endomorphismes orthogonaux*

- Déf : Isométrie
- Exemple : Homothétie de rapport  $|1|$
- Prop :  $F$  stable alors  $F^\perp$
- Prop :  $u \in \mathcal{O}(E), \det(u) = +/ - 1$
- Déf : symétrie orthogonale et réflexion orthogonale
- Thm : Caractérisation des symétries et des réflexions
- Prop :  $\det(\text{réflexion}) = -1$

*2. Endomorphismes symétriques*

- Déf : Endomorphismes auto-adjoint et matrice symétrique
- Prop : Il n'est pas stable par  $+$ , mais il est abélien.
- Prop : Dimension de l'espace des endomorphismes auto-adjoints
- Déf : Endomorphismes définis positifs et négatifs
- Prop : Toute les valeurs propres sont positives

*II. Réduction des endomorphismes remarquables*

*1. Réduction des endomorphismes orthogonaux*

- Valeurs propres d'une isométrie :  $+/- 1$
- Thm de décomposition des noyaux
- Prop : Matrices de rotations

*2. Réduction des endomorphismes symétriques*

- **Dev 1 : Thm spectral**
- Un contre exemple pour les complexes

*III. Applications du thm spectral*

- 1. Norme euclidienne sur  $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$*
- 2. Racines carré dans  $S_n^+(\mathbb{R})$*
- 3. **Dev 2 : Décomposition polaire***

*Bibliographie :*

- 1- Rombaldi - Algèbre et Géométrie