

I. Généralités.

1. Définitions et premières propriétés [1]p.228 et [2]

- Déf : Matrices symétriques
- Déf : Matrices hermitiennes
- Prop : $\dim(S_n(\mathbb{R})) = n(n+1)/2$ et $\dim(A_n) = n(n-1)/2$
- Prop : $M_n(\mathbb{R}) = A_n(\mathbb{R}) \oplus S_n(\mathbb{R})$
- Prop : Matrice hermitiennes = (Matrice symétrique)+ i(Matrice antisymétrique)
- Prop : Matrices hermitiennes = \mathbb{R} -ev de dim n^2

2. Lien avec les formes bilinéaires et hermitiennes [2]

- Déf : Forme bilinéaire
- Prop : La matrice d'une forme bilinéaire est symétrique
- Déf : Forme quadratique + forme polaire
- Prop : Bijection entre $Q(E) \rightarrow S_n(\mathbb{R})$
- Déf : Forme Hermitienne + forme polaire

II. Réduction

1. Thm généraux [2] et [3]

- Thm spectral + corollaire
- Orthogonalisation simultanée

2. Signature[3]

- Déf : Signature
- Thm de Sylvester
- Déf + prop : action par congruence

III. Applications

1. Topologie [3]

- Prop : $S_n(\mathbb{R})$ est un ouvert de $M_n(\mathbb{R})$
- **Dev 1 : Décomposition polaire**
- Application : $\|A\| = \sqrt{\rho(A^T A)}$

2. Calcul différentiel [4]

- Prop : Extremum et Hessienne
- **Dev 2 : Lemme de Morse**

Bibliographie :

- 1- Gourdon : Algèbre
- 2-Grifone : Algèbre linéaire
- 3-Caldero Germoni : Nouvelles histoires hédonistes d'algèbre et géométrie
- 4-Rouvière