

Leçon 125-Extensions de corps. Exemples et applications.

I. *Généralités sur les extensions.*

1. *Extension et degré [2]*

- Déf : Extension de corps
- Exemple :  $\mathbb{C}$  extension de  $\mathbb{R}$
- Déf : Degré d'une extension
- Exemple :  $[\mathbb{C} : \mathbb{R}] = 2$  et  $[\mathbb{R} : \mathbb{Q}] = +\infty$
- Thm : Base télescopique
- Multiplicativité des degrés
- Déf : Extension moogène et application extension degré premier [3]p66

2. *Algébricité [3]p66*

- Déf : Element algébrique et transcendant
- Déf : Polynôme minimal
- Exemple
- Structure de  $k[a]$
- $\Leftrightarrow$  pour les éléments algébriques
- Déf : Extension algébrique
- $[k[a] : k] = \deg(\text{irr}(a, k, X))$

3. *Exemples [3]p.70*

- **Dev 1 : Thm de Wantzel** (Dans le Josette Calais : Extension de corps)
- Nombres constructibles : pb de duplication du cube et quadrature du cercle

II. *Trois extensions particulières [2]p.57*

1. *Corps de rupture*

- Déf : Corps de rupture
- Exemple
- Existence d'un corps de rupture
- Construction de  $\mathbb{C}$
- Critère d'irréductibilité dans une extension

2. *Corps de décomposition*

- Déf : Corps de décomposition
- Thm : Existence et unicité
- **Construction des corps finis**

3. *Clôture algébrique*

- Déf : Clôture algébrique
- Exemple
- $\mathbb{C}$  algébriquement clos

*Bibliographie :*

- 1- Madère : Leçons d'algèbre
- 2-Gozard : Théorie de Galois
- 3- Perrin : Cours d'algèbre