

I. Techniques de calcul direct

1. Primitives

— Exemple : $\int_a^b \frac{1}{x^4 - x^2 - 2} dx$: On utilise la décomposition en éléments simples + primitive [1]

— Exemple : $\int_a^b \frac{x^2}{x^6 - 1} dx$ [1]

2. Intégration par parties

— Thm : Formule d'intégration par parties [1]

— Exemple : Calcul de $\int_0^{\pi/4} \sin(2x)e^x dx$ [2]

— Exemple : Intégrale de Wallis [1]

3. Changements de variables

— Thm : Formule de changement de variables + rem avec parité [1]

— Exemple : $\int_0^4 \frac{1}{1 + \sqrt{x}} dx$: On pose $x = t^2$ [2]

— Exemple : $\int_0^{+\infty} \frac{\ln(t)}{1 + t^2} dt$ [2]

4. Intégrales à paramètres

— Thm de Continuité et de dérivation sous le signe intégrale [1]

— Exemple : $I(x) = \int_0^{+\infty} \frac{\sin(xt)}{t} e^{-t} dt = \arctan(x)$ [1]

II. Calculs indirects

1. Convergence dominée

— Thm de convergence dominée [1]

— Exemple : $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^1 (1 + \frac{x}{n})^n e^{-2x} dx = 1$ [2]

— Exemple : $\int_0^{+\infty} \frac{\sin(t)}{e^t - 1} dt = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2 + 1}$ [2]

2. Fubini

— Thm de Fubini [1]

— Thm de passage en coordonnées polaire [1]

— **Dev 1 : Calcul de l'intégrale de Fresnel** [1]

3. Utilisation de l'analyse complexe

— Def : Intégrale le long d'un chemin

— Thm de Cauchy

— **Dev 2 : Transformée de Fourier d'une Gaussienne**

4. Méthode de calcul approchée

— Formule de quadrature [3]

— Méthode des trapèzes, des rectangles et du point milieu [3]

Bibliographie :

— 1- Gourdon : Analyse

— 2-Maths MP/MP*

