Leçon 215 : Applications différentiables sur un ouvert de $\mathbb{R}^n$. Exemples et applications.

I. *Différentiabilité*

I - 1. Défintion et premières propriétés.

- Def : f est différentiable en $a \in \mathcal{U}$ + notation de la difffentielle
- Exemple : Pour les fonctions de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ la différentielle = dérivée
- Exemple : Pour une fonction linéaire
- Prop : Différentiable en $a \Rightarrow$ continue en a
- Def : Gradient
- Prop : Prop des différentielles (somme, produit, composée)
- **Dev 1 : Différentielle du determinant**

I - 2. Dérivée partielles

- Def : Dérivée selon un vecteur
- Prop : Dérivable selon tout vecteur en $a \not\Rightarrow$ différentiabilité de f en a
- Prop : Existence de dérivée partielles $\not\Rightarrow$ différentiabilité
- Contre exemple : $f(x,y) = \frac{xy}{x^2+y^2}$ et $f(0,0) = 0$
- Thm : Dérivée partielles continues...

II. *Différentielle d'ordre supérieur*

II - 1. Dérivées partielles d'ordre supérieur

- Def : Dérivée d'ordre supérieur
- Thm de Schwarz
- Def : Matrice Jacobienne
- Thm : Dérivée d'ordre supérieur pour des fonctions composée
- Exemple : Laplacien en coordonnée polaire
- Thm des accroissements finis
- Application : Différentielle nulle sur un connexe implique que f est constante

II - 2. Extremums

- Prop : Extremum + f différentiable $\Rightarrow$ diff =0
- Def : Matrice hessienne
- Prop : Forme quadra + extremum
- Exemple

III. *Différentiabilité et inversion locale*

III - 1. Théorème

- Thm d'inversion locale
- Corollaire : Application ouverte
- Inversion globale

III - 2. Applications

- Exemple
- **Dev 2 : Lemme de Morse**

Bibliographie

— 1-Gourdon : Analyse
— 2-Rouvière : Petit Guide de calcul différentiel