

I. Espaces préhilbertiens

I - 1. Définitions et exemples

- Def : Espace préhilbertien [1]
- Exemple : $(\mathbb{K}^n, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ [1]
- Def : Norme associée à un produit scalaire [1]

I - 2. Premières propriétés

- Prop : Inégalité de Schwartz [1]
- Identité du parallélogramme [1]

I - 3. Orthogonalité

- Def : Vecteur orthogonaux [1]
- Thm de Pythagore [1]

II. Espaces de Hilbert

II - 1. Définitions

- Def : Espace de Hilbert [1]
- Prop : En dim finie : espace euclidien [1]
- Prop : Holder et Minkowski [1]

II - 2. Thm de projection orthogonales

- Def : Projeté orthogonal [1]
- **Dev : Projection sur un convexe fermé** (Brézis)
- Thm de projection sur un sev fermé [1]

II - 3. Dualité et adjoint

- Thm de représentation de Riesz [1]
- Def : Adjoint [1]
- Exemple [1]

III. Bases Hilbertiennes

III - 1. Définitions

- Def : Base Hilbertienne [1]
- Prop : Gram-Schmidt [1]
- Existence de base Hilbertienne [1]
- Exemple : (e^{int}) [1]

III - 2. Caractérisation des bases Hilbertiennes

- Thm de caractérisation des bases hilbertiennes [1]

III - 3. Polynômes orthogonaux

- Def : Fonctions poids [2]
- Def : Polynômes orthogonaux [2]
- **Dev 2 : Base Hilbertienne de polynômes orthogonaux** [2]