

Leçon 201 : Espaces de fonctions. Exemples et applications.

*I. Les fonctions continues [1], [2]*

*I - 1. L'espace  $\mathcal{C}^0([a, b], \mathbb{R})$*

- On le munit de  $\|\cdot\|_\infty$  et il est complet [1]
- La limite uniforme de fonctions continues est une fonction continue [1]
- Thm de Heine [1]
- Def d'une application lipschitzienne et les applications lipschitziennes sont continues [1]
- **Dev 1 : Thm de Weierstrass** [1]
- Lemme de Dini [1]
- Thm d'Ascoli [2]

*I - 2. L'espace  $\mathcal{C}^k([a, b], \mathbb{R}), k \geq 1$  [1]*

- On le munit de la convergence uniforme
- Formule de Leibniz et dérivée composée
- Formule de Taylor Lagrange
- Convergence uniforme : dérivation d'une suite de fonction
- Application pour  $k=1$  : Rolle, TAF et TVI

*II. Les espaces  $L^p$  [3]*

*II - 1. Espaces  $L^p, 1 \leq p \leq \infty$*

- On le munit de la norme  $\|\cdot\|_p$
- Holder et Minkowski  $\Rightarrow L^p$  est un evn
- **Dev 2 : Riesz Fisher** [3]
- Inclusion des  $L^p$  pour une mesure finie

*II - 2.  $L^2$ , espace de Hilbert [3]*

- Produit scalaire sur  $L^2$
- Identité du parallélogramme
- Représentation de Riesz Fréchet

*III. Espace de Schwartz [4]*

- Définition et exemples de éléments dans l'espace de Schwartz
- Densité

*Bibliographie :*

- 1 - Gourdon : Analyse
- 2 - Hirsh Lacombe : Élément d'analyse fonctionnelle
- 3 - Brézis : Analyse fonctionnelle
- 4 - Mohammed El Amari : Analyse de Fourier dans les espaces fonctionnels