

Cours 906 Programmation dynamique  
907 Algorithmique du texte


Ref: Cochemore

■ Distance d'édition:  $x, y$  deux mots sur  $A$ .

Un alignement:  $\alpha = \begin{bmatrix} x[0] & x[1] & x[2] & \epsilon & x[3] & \dots & x[n] \\ \epsilon & y[0] & y[1] & y[2] & y[3] & \dots & \epsilon \end{bmatrix}$

$\downarrow$                        $\downarrow$                        $\downarrow$   
 une suppression,    une substitution,    une addition,  
 coût  $c_d(x[0])$         coût  $c_s(x[1], y[0])$         coût  $c_a(y[2])$

$d_{ed}(x, y) = \min_{\text{alignement}} (\text{coût})$ .

 C'est un mot sur:  $(A \cup \{\epsilon\})^*$

■ Calcul: trouver un alignement optimal.

(1) sous problème optimal: Si un alignement est optimal, alors  $\alpha[1..]$  est un alignement optimal.

(2) Relations de récurrence:

$$d_{ed}(\epsilon, \epsilon) = 0$$

$$d_{ed}(x, \epsilon) = d_{ed}(x[1..], \epsilon) + c_d(x[0])$$

$$d_{ed}(\epsilon, y) = d_{ed}(\epsilon, y[1..]) + c_a(y[0]) \quad (*)$$

$$d_{ed}(x, y) = \min \begin{cases} d_{ed}(x[1..], y) + c_d(x[0]) \\ d_{ed}(x, y[1..]) + c_a(y[0]) \\ d_{ed}(x[1..], y[1..]) + c_s(x[0], y[0]) \end{cases}$$

(3) Écrire l'algorithme. Il tourne en  $\mathcal{O}(|x| \times |y|)$ .

(4) Pour faire remonter une solution, l'algo retourne un alignement et le complète.

■ Recherche de facteurs: Adapter l'algo précédent; pour la recherche de facteurs de  $y$  à une distance minimale  $\leq k$  de  $x$ .

qu'est-ce qui change? Seulement  $d_{ed}(\epsilon, y) = 0$  à la place de (\*).

On peut alors retourner:  $\rightarrow$  un facteur à distance minimale  
 $\rightarrow$  tout facteur à distance  $\leq k$ .

Améliorations possibles: utiliser la monotonie de l'algo pour un algo en  $O(k|y|)$

Complexité: temps en  $O(|x| \times |y|)$ ,  
espace en  $O(|x|)$  si on est fute.